VİZE

V1.)

Atılan iki zarla toplamda sekiz getirebilecek kombinasyonlar şunlardır:

(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2).

Toplamda 36 kombinasyon vardır ve sadece bunlardan 5 tanesinde toplam 8 etmektedir. Bu nedenl toplamda sekiz atma olasılığı $p = 5/36 = 0.139$ dur.

Mehmet'in kazandığını bildiğimize göre ahmet'le başlamış olma olasılığımız çift sayılarda bitme olasılığımız aynıdır.

$$p(X = 2k) = \sum_{k} (1-p)^{2k-1} \times p$$

k 1 den sonsuza dek olmak koşuluyla.

$$(1-p)\times p + (1-p)^3 \times p + (1-p)^5 \times p + (1-p)^7 \times p + (1-p)^9 \times p + ...$$

Yukardaki denklem dahada basitleştirilmiş olarak şu şekilde yazılabilir.

$$(1-p)\times p \times \left(1 + (1-p)^2 + (1-p)^4 + (1-p)^6 + (1-p)^8 + ...\right)$$

$\left(1 + (1-p)^2 + (1-p)^4 + (1-p)^6 + (1-p)^8 + ...\right)$ bu seri $(1/(1-(1-p))\times(1+(1-p)))$ eşittir.

$$(1/(1-(1-p))\times(1+(1-p))) = (1/(p\times(2-p)))$$

$(1-p)/(2-p)$ olur.

p değerini yerine koyarak sonucu buluruz.

$$(1-p)/(2-p) = 0.861 \times 1.861 = 0.463 = 7/16$$

V2.)

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)dxdy = \int_{0}^{2}\int_{0}^{2} k \times e^{-(x+y)}dxdy = 1$$

$$\int_{0}^{2}\int_{0}^{2} k \times e^{-(x+y)}dxdy = \int_{0}^{2} -k \times e^{-(x+y)} \Big|_{0}^{2} dy = \int_{0}^{2} -k \times (e^{-(2+y)} - e^{-y})dy$$

$$= -k \times (e^{-2} - 1)\int_{0}^{2} e^{-y}dy$$

$= k \times (e^{-2} - 1)^2 = 1$

$= k = 1/(e^{-2} - 1)^2 = 1/0.748 = 1.338$

a.)

$$\int_1^2 \int_0^1 k \times e^{-(x+y)} dxdy = \int_1^2 - k \times e^{-(x+y)} \Big|_0^1 dy = \int_1^2 - k \times (e^{-(1+y)} - e^{-y})dy$$

$$= -k \times (e^{-1} - 1) \int_1^2 e^{-y} dy$$

$= k \times (e^{-1} - 1) \times (e^{-2} - e^{-1})$

$= 1.338 \times -0.632 \times -0.233 = 0.197$

b.)

$$\int_0^2 \int_0^1 k \times e^{-(x+y)} dxdy = \int_0^2 - k \times e^{-(x+y)} \Big|_0^1 dy = \int_0^2 - k \times (e^{-(1+y)} - e^{-y})dy$$

$$= -k \times (e^{-1} - 1) \int_0^2 e^{-y} dy$$

$= -k \times (e^{-1} - 1)(e^{-2} - 1)$

$= 1.338 \times -0.632 \times -0.864 = 0.73$

c.)

$$E(X) = \int_0^2 \int_0^2 x \times k \times e^{-(x+y)} dxdy$$

$$E(X) = \int_0^2 k \times e^{-y} dy \int_0^2 x \times e^{-x} dx = \int k \times e^{-y} dy \left(- e^{-x} - x \times e^{-x}\right) \Big|_0^2$$

$$= \int_0^2 k \times e^{-y} \times \left(-3 \times e^{-2} + 1\right) dy$$

$$= \int_0^2 k \times e^{-y} \times 0.594 dy = k \times \left(- e^{-2} + 1\right) \times 0.594$$

$= 0.687$

d.)

$$E(Y) = \int_0^2 k \times e^{-x} dx \int_0^2 y \times e^{-y} dy = \int_0^2 k \times e^{-x} dx \left(- e^{-y} - y \times e^{-y}\right) \Big|_0^2$$

$$=\int_0^2 k\times e^{-x}\times\left(-3\times e^{-2}+1\right)dx$$

$$=\int_0^2 k\times e^{-x}\times 0.594dx = k\times\left(-e^{-2}+1\right)\times 0.594$$

$$=0.687$$

$$Cov(x,y)=E(xy)-E(x)E(y)$$

$$E(XY)=k\times\int_0^2 x\times e^{-x}dx\int_0^2 y\times e^{-y}dy = k\times\int_0^2 x\times e^{-x}dx\left(-e^{-y}-y\times e^{-y}\right)\Big|_0^2$$

$$=k\times\int_0^2 x\times e^{-x}\times\left(-3\times e^{-2}+1\right)dx$$

$$=k\times\int_0^2 x\times e^{-x}\times 0.594dx = k\times\left(-e^{-y}-y\times e^{-y}\right)\Big|_0^2\times 0.594$$

$$=1.338\times 0.594\times 0.594$$

$$=0.472$$

$$Cov(x,y)=0.472-0.687\times 0.687=0$$

Bu nedenle korelasyon:

$\rho=0$ dır.

V3.)

σ =10
n = 4
μ = 70
N=300 eğer 4 kişi 300 kg dan fazla ise 1 kişi 75 kg'dan fazla olmalıdır.

$$\sigma_x=\sigma/\sqrt{n}\times\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}=10/\sqrt{4}\times\sqrt{\frac{300-4}{299}}=4{,}97485$$

$$t=\frac{X-\mu}{\sigma_x}=\frac{75-70}{4{,}97485}=1{,}00505$$

$$t\geq 1.00505$$

$$X\geq 75 için$$

Alan= 0.5 – 0.3413 =0.1587

FİNAL

f1.)

Herhangi iki kişinin 1 saat içinde herhangi bir zamanda gelmesi düzgün dağılımdır ve ortalamaları 1/60 (1 saat = 60 dakika). X sürekli raslantı değişkeni ilk kişinin gelme zamanı ve Y sürekli raslantı değişkeni ikinci kişinin gelme zamanını temsil etmek üzere bileşik olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$f(x,y)=\begin{cases} 1/3600 & 0\le x\le 60 \quad 0\le y\le 60 \\ 0 & \text{diğer tüm } x,y \end{cases}$$

İlk kişi geldiği zaman (x) ikinci kişi ya geliş zamanından 15 dakikadan daha önce gelmiş olmalı yada 15 dakikadan daha sonra gelmeli:

$$p(X=x, Y<x-15)+p(X=x, Y>x+15)$$

$$\int_0^{45}\int_{x+15}^{60} \tfrac{1}{3600}\,dydx+\int_{15}^{60}\int_0^{x-15}\tfrac{1}{3600}\,dydx$$

Burda x gidebileceği yerleri (0,60) aralığı yerine (0,45) ve (15,60) almamızın nedeni

$$p(X<15, Y<X-15)=0$$

$$p(X>45, Y>X+15)=0$$

olmasıdır.

$$\tfrac{1}{3600}\left[\int_0^{45}\int_{x+15}^{60} dydx+\int_{15}^{60}\int_0^{x-15} dydx\right]=\tfrac{1}{3600}\left[\int_0^{45}(60-x-15)dx+\int_{15}^{60}(x-15)dx\right]$$

$$\tfrac{1}{3600}\left[\left(45x-\tfrac{x^2}{2}\right)\Big|_0^{45}+\left(\tfrac{x^2}{2}-15x\right)\Big|_{15}^{60}\right]=\tfrac{1}{3600}\left[\tfrac{45^2}{2}+\tfrac{60^2}{2}-15\times 60+\tfrac{15^2}{2}\right]$$

$$=\tfrac{1}{3600}(2025)=0.5625$$

Sonuç $1-0.5625=0.4375$.

2.YÖNTEM:

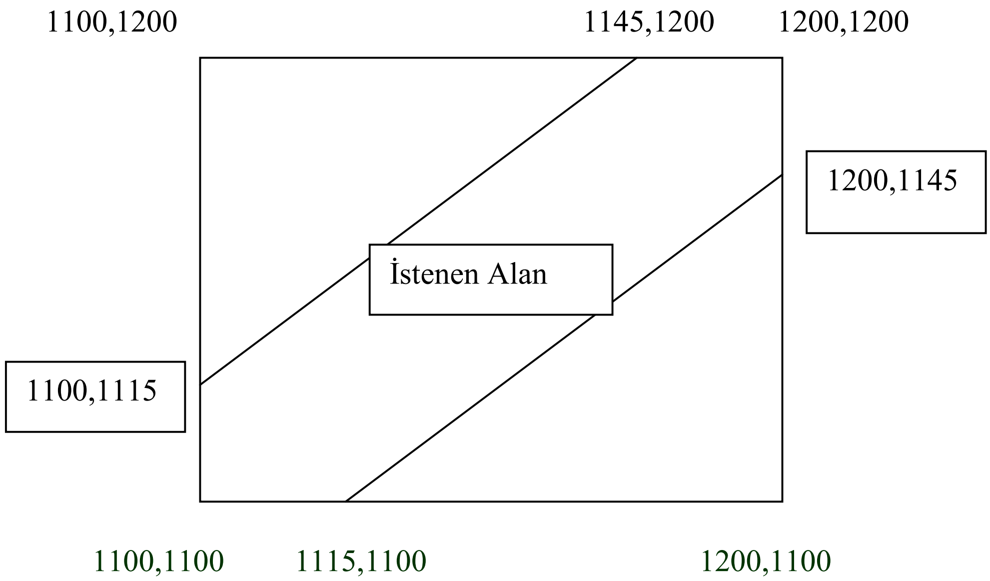
$1 \rightarrow X$

$2 \rightarrow Y$

1 (11.00 11.15) , (11.45 12.00)

2 (11.15 11.00) , (12.00 11.45)

$Alan \rightarrow 60x60$



$$P(x)=\frac{60x60-(\frac{45x45}{2}x2)}{60x60}=0.4375$$

F2.)

X \Y 1	0	1	2	$\sum X$
1	k	3k	5k	9k
2	2k	4k	6k	12k
3	3k	5k	7k	15k
$\sum y$	6k	12k	18k	36k

$$\sum \sum_{y} f(x, y) = 1$$

36k=1
k=1/36

$$P(X \geq 2, Y \leq 1) = P(X = 2, Y = 1) + P(X = 3, Y = 1) + P(X = 2, Y = 0) + P(X = 3, Y = 0)$$

4k+5k+2k+3k= 14k

14k= 14/36 =0.38

b)
$$P(X \geq 1) \Rightarrow P(X = 2, Y = 0) + P(X = 2, Y = 1) + P(X = 2, Y = 2) + P(X = 3, Y = 0) + P(X = 3, Y = 1)$$
$$+ P(X = 3, Y = 2)$$
$$2k + 4k + 6k + 3k + 5k + 7k = 27k = 27/36 = 0,75$$

c) Var(X) = σ_x^2 =E(X^2) – (E(X))^2

Var(Y)= σ_y^2 =E(Y^2) – (E(Y))^2

$$\text{E(X)} = \sum_{Y=0}^{2} \sum_{X=1}^{3} xf(x, y) = 1k + 3k + 5k + 2.2k + 2.4k + 2.6k + 3.3k + 3.5k + 3.7k = 78k$$

78k=78/36
E(X)=2,1666

$$\text{E}(X^2) = \sum_{Y=0}^{2} \sum_{X=1}^{3} x^2 f(x,y) = k+ 3k+5k+ 4.2k+4.4k+4.6k +9.3k+ 9.5k+ 9.7k = 192k=192/36$$

E(X^2)=5.33

σ_X^2 =5,33 – (2,1666)^2 =0,639177

$$E(Y) = \sum_{y=0}^{2}\sum_{x=1}^{3} yf(x,y) = 0+0+0+3k+4k+5k+2.5k+2.6k+2.7k = 48k$$

48k=48/36

E(Y)=1.33

$$E(Y^2)=\sum_{Y=0}^{2}\sum_{X=1}^{3} y^2 f(x,y) = 0+0+0+3k+4k+5k+4.5k+4.6k+4.7k = 84k$$

84k=84/36

$E(Y^2)$=2.333

σ_y^2= 2.33 –$(1.33)^2$=0.55564

σ_y=0.7454

Cov(XY) = σ_{xy} = E(XY) –E(X)E(Y)

$$E(XY)= \sum_{y=0}^{2}\sum_{x=1}^{3} xyf(x,y) = 0+0+0+1.1.3k+ 1.2.4k+ 1.3.5k + 2.1.5k + 2.2.6k + 2.3.7k=$$

102k=102/36

E(XY) = 2.8333

σ_{xy}= E(XY)- E(X)E(Y) = 2.8333 – (1.33*2.1666) = -0.0553944

$$\rho = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}$$

$$\rho = \frac{-0,0553944}{0,7994 \times 0,7454} = -0,0929635$$

f3.) a.)

$$\lambda = \frac{10}{15} = 0.6666(istek\,/\,dakika)$$

$$\mu = \frac{n}{\dfrac{(5+53.8+4.7+5.5+5+4.8+5.2+6+5.4+5.6)}{10}} = \frac{n}{5.1}(hizmet\,/\,dakika)$$

$$\ddot{o}rnekbekleme = 5.1$$

$$ss = \sqrt{\frac{\sum (x-\bar{x})^2}{10}} = \sqrt{0.338} = 0.582$$

$$\rho_z = \frac{\rho}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

$$0.582 = \frac{\rho}{\sqrt{10}}\sqrt{\frac{500-10}{500-1}} = 1.8572$$

$$P(z > 1.8572) = 0.5 - 0.4678 = 0.0322$$

$$\%3.22 \rightarrow 16.1 \cong 17kisi$$

b.)

$n = masasayisi$

$$\lambda = \frac{10}{15} = 0.6666 (istek / dakika)$$

$$\mu = \frac{n}{\frac{(5+53.8+4.7+5.5+5+4.8+5.2+6+5.4+5.6)}{10}} = \frac{n}{5.1} (hizmet / dakika)$$

$\rho = \lambda / \mu$

$T = \rho / (1-\rho)\lambda$

$\rho = 3.39 / n$

$1/T = (n/5.1 - 0.6666)$

$T = 10$

$0.1 = (n - 3.39)/5.1$

$n = 3.9$

En az 4 kayıt masası olması gerekiyor

f4.)

$\mu_x = 200$

$n = 10$

$N = 400$

$\sigma = 30$

$$\sigma_x = (\sigma / \sqrt{n}) * \sqrt{(N-n)/(N-1))}$$

10 elma 2200gr den fazla ise 1 elma 220gr den fazla olmalı.

$$t = (x - \mu) / \sigma$$
$$= (220 - 200) / 9.379 = 2.1323$$
$$T \geq 2.1323$$
$$\textit{için}:$$
$$\textit{Alan} = 0.5 - 0.4834$$
$$= 0.0166$$